

Quantos dígitos existem

22/01/2021

Autor: Pedro Luis Kantek Garcia Navarro

Nosso negócio são os computadores digitais. A palavra digital vem do latim digitus que significa dedo, e por que temos 10 dedos, toda nossa lógica aritmética se criou sobre um sistema decimal (de 10).

Já que são 10 dígitos e qualquer número é composto por uma combinação desses dígitos seria de se esperar que cada um dos 10 dígitos tivesse uma distribuição proporcional quando vai se representar um número qualquer. Assim, teoricamente, se analisarmos um grande conjunto de números, seria de se esperar que os dígitos 1, 2, 3,... aparecessem em 10% das vezes, cada um iniciando os números.

Afinal, não existem dígitos mais bonitos ou mais simpáticos para que apareçam no começo dos números mais do que os outros. Ou será que existem?

Em 1938, um matemático chamado Benford, acabou descobrindo que sim, existem dígitos iniciais mais freqüentes do que outros. Ele estudou um monte de distribuições e chegou à conclusão que o dígito 1 ocorre no começo em cerca de 30% das vezes, independente da fonte ou do fenômeno que é consultado.

Parece estranho, mas é verdade: em qualquer tabela, uma grande quantidade de números começa com o dígito 1. Muito mais do que os demais dígitos. Veja-se o seguinte conjunto de dados, extraído do livro de Benford:

		Primeiro Dígito									
Col.	Título do assunto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Números pesquisados

A	Populações	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
B	Constantes	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
C	Exemplares aleatórios de jornais	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
D	Calores específicos de substâncias	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
E	Peso molecular	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
F	Drainage	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
G	Peso atômico	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
H	n^{-1}, \sqrt{n}	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
I	Exemplares do <i>Reader's Digest</i>	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
J	Voltagem de raios X	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707

K	Dados da liga americana de baseball	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
L	Endereços aleatórios	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
M	$n^1, n^2 \dots n!$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
N	Taxas de Mortalidade	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
	Média	30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	1011

Parece que a distribuição do primeiro dígito em números segue a seguinte distribuição logarítmica:

$$P(n) \approx \log(n+1) - \log n$$

para

$$n=1$$

, ..., 9. Este é a "Lei do Primeiro Dígito".